

**COMPETENCIAS DE LA INTELIGENCIA LOGICO-MATEMÁTICA EN
DOCENTES EN FORMACIÓN**

Avance de investigación

Raúl Prada Núñez

**Magister en Educación Matemática – Universidad Nacional Experimental
del Táchira – Venezuela**

Docente Universidad Francisco de Paula Santander

raulprada@ufps.edu.co

Gerson Adriano Rincón Álvarez

**Magister en Neuropsicología y Educación – Universidad de la Rioja –
España**

Docente Universidad Francisco de Paula Santander

gersonadrianora@ufps.edu.co

Pastor Ramírez Leal

**Magister en Educación Matemática – Universidad Nacional Experimental
del Táchira – Venezuela**

Docente Universidad Francisco de Paula Santander

pastorramirez@ufps.edu.co

Eje temático

**Formación inicial y permanente de docentes y directivos docentes, desde
las facultades de educación y escuelas normales**

RESUMEN

Los estudiantes que ingresan al programa académico de Licenciatura en Matemáticas de la UFPS deben superar en su formación académica cuatro cursos de Cálculo en los que se abordan en profundidad diversos conceptos, que en algunos casos ya han sido tratados durante su formación Secundaria y Media Vocacional; pero parece que el haberlos visto en el colegio no les garantiza el éxito ni la obtención de resultados positivos en la universidad, posiblemente debido a que la enseñanza en el colegio se ha limitado a la realización de

procesos mecánicos asociados con el pensamiento variacional, dando origen a una serie de obstáculos que afectan el entendimiento de los conceptos matemáticos.

La investigación sobre las concepciones de los estudiantes se ha revelado como un medio para comprender sus procesos de entendimiento de conceptos, la forma como se apropian de ellos y cómo estas concepciones afectan su rendimiento académico. En el desarrollo de ésta investigación se entiende por **concepción** todos aquellos conocimientos previos que poseen los estudiantes alrededor de los diversos conceptos matemáticos al momento de iniciar su formación superior, se les llama también conocimientos locales porque esos esquemas de solución que conocen en algunas circunstancias su aplicación resulta exitosa y en otras no; situación que los lleva a determinar su nivel de entendimiento de lo conceptual. La investigación utiliza una metodología mixta, que incluye el análisis cuantitativo de tipo descriptivo para caracterizar el grupo de estudiantes, seguido de un análisis tendiente a identificar la existencia de estructuras latentes en las argumentaciones proporcionadas por los estudiantes alrededor de los diversos conceptos matemáticos que afectan sus competencias matemáticas. La muestra la conforman estudiantes de los dos primeros semestres de Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación, Artes y Humanidades.

Palabras Claves:

Concepciones, Competencias Matemáticas, Límites, Continuidad, Derivada.

INTRODUCCIÓN

El proceso educativo siempre despertará el interés de investigadores o pedagogos ya que inherente a él se presentan dificultades, algunas atribuibles al proceso de enseñanza y otras al proceso de aprendizaje, por ello todo trabajo que se desarrolle en éste campo siempre aportará información valiosa para cada día entender mejor la dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje, tal como afirma Palacios (2012) “... *los proyectos de investigación que apunten al mejoramiento de la calidad de la educación serán siempre de gran importancia*”.

Un problema que se evidencia año a año en estudiantes de educación básica y media vocacional y que despierta el interés de investigadores en el campo de la Educación Matemática es el pobre entendimiento y escaso dominio que exhiben los estudiantes entorno a los conceptos matemáticos y sus aplicaciones, prueba de ello son los resultados obtenidos para nuestro país en pruebas internacionales como TIMSS (Trend in International Mathematics and Science Study) o PISA (Programme for International Student Assessment) o los puntajes que se aprecian en el área de Matemáticas en las Pruebas Saber 5°, 9° y 11°. Inicialmente se podría pensar que dicho problema ha ido en aumento debido a la incorporación de nuevos contenidos matemáticos al sistema educativo, pero desafortunadamente ésta no es la causa ya que los contenidos matemáticos se han mantenido invariantes en casi un 95% en el último siglo, en dónde al menos tres generaciones de docentes han implementado diversas estrategias en su proceso de enseñanza (partiendo de una metodología conductista, pasando por el constructivismo hasta llegar a la incorporación de las TIC's) pero lo que resulta innegable es que los estudiantes han caminado por los diversos grados y en ese recorrido su nivel de entendimiento, comprensión y apropiación de las Matemáticas no ha mejorado; por el contrario, pareciera que año a año van acumulando una serie de deficiencias que cada día empobrecen su desempeño en ésta área del saber. Es por ello que toda investigación tendiente a identificar las dificultades de aprendizaje en los estudiantes, a identificar las buenas o no tan buenas prácticas docentes, a analizar el proceso evaluativo, a la

caracterización de los recursos didácticos utilizados en el aula por parte de los docentes, entre otros aspectos; aportan información valiosa para el mejoramiento del proceso enseñanza y de aprendizaje.

Una pregunta a responder es ¿qué factores intervienen en los procesos de enseñanza que mejoran el aprendizaje de los estudiantes? Santos (1994) señala: “*el tipo de actividades que se fomenten en el salón de clase necesariamente influyen en el tipo de aprovechamiento que los estudiantes exhiban en sus procesos de entendimiento o resolución de problemas*”. Con lo afirmado por Santos se puede pensar que la presencia de dificultades en el manejo de los conceptos matemáticos no recae sólo en el estudiante y en sus capacidades de entendimiento; sino que le atribuye un rol protagónico al docente y a su desempeño considerando aspectos tales como: su nivel de entendimiento de los conceptos, su capacidad para transmitir el conocimiento, la cantidad, calidad y diversidad de herramientas que utiliza en su proceso de enseñanza, entre otros.

Dado que el estudio de las Matemáticas es tan amplio, esta investigación pretende analizar el problema del aprendizaje de los conceptos básicos del Cálculo Diferencial. Muchas investigaciones se han desarrollado alrededor de los conceptos de función, límite, continuidad y derivación, por ejemplo (y sin ser exhaustivo) los trabajos de Eisenberg (1991), Dubinsky (1992), Hitt (2003) y Vallejo & Pluinage (s.f.) evidencian un conjunto de dificultades en el aprendizaje que distan de ser solucionadas cuando comienza la enseñanza del Cálculo en los cursos de Educación Superior. Se desea indagar sobre el nivel de entendimiento y apropiación conceptual que poseen los estudiantes de la Universidad Francisco de Paula Santander (en adelante UFPS) alrededor de los conceptos ya citados con el fin de determinar las concepciones presentes en ellos, contrastarlas con los hallazgos citados en investigaciones similares y asociar dichas concepciones con su desempeño en ésta área del saber; sólo así se generarán antecedentes investigativos en nuestra comunidad que fortalezca la línea de investigación del **Cálculo y su Enseñanza**. En investigaciones previas en nuestro entorno educativo ya se ha investigado el tema de *funciones*, se han identificado sus concepciones y dificultades, se han determinado los generadores de dichas dificultades y se ha corroborado cómo la articulación de diversos registros de representación semiótica favorece el entendimiento de éste concepto. Por ello éste proyecto de investigación busca determinar las concepciones, presentes en los estudiantes de los dos primeros semestres del programa académico de Licenciatura en Matemáticas alrededor de los conceptos del Cálculo Diferencial, siendo éste un recurso a considerar en la planificación de las prácticas docentes, por tanto se busca responder el siguiente cuestionamiento: ¿Cuáles son las concepciones presentes en los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas alrededor de los diversos conceptos básicos del Cálculo Diferencial y cómo ellas afectan sus competencias matemáticas?

Dado que en esta investigación se pretende determinar las concepciones presentes en los estudiantes, se requiere la clarificación de éste concepto y para tal fin se recurre a la definición proporcionada por Duroux (1982):

En el desarrollo del proceso de adquisición, por diversas causas (...), ciertas situaciones son privilegiadas en detrimento de otras. Esto provoca la aparición de conocimientos locales, que operan sobre los subgrupos del campo conceptual, y en ciertos valores de las variables de las situaciones concernientes. Este saber local es lo que llamamos **concepción**...

Luego la concepción es un objeto local, estrechamente asociado al saber en juego y a los diferentes problemas en la resolución de aquello en lo que ellos intervienen. Ella,

adicionalmente, se convierte en una herramienta para el análisis de este saber y para la elaboración de situaciones didácticas para el análisis estricto del comportamiento del estudiante.

Ya sea que las concepciones son el objeto de una definición autónoma, lo que interesa al didáctico, no es el establecer un catálogo final de las concepciones posibles pero si estudiar la *articulación concepción – situaciones* dentro de un aprendizaje dado; y es en éste escenario dónde cobra importancia la Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud (1990). A pesar de que no es exclusiva de las Matemáticas, aportará información valiosa para el análisis de los procesos de conceptualización progresiva que demanda el estudio de las estructuras matemáticas, lo que permite comprender las filiaciones y las rupturas entre los conocimientos que poseen los estudiantes. Si en un proceso de enseñanza se busca garantizar el aprendizaje del estudiante alrededor de un concepto matemático, se debe avanzar de la simple presentación de su definición, a la proposición de situaciones y problemas que deben ser resueltos utilizando dicho concepto, sólo de esta forma el concepto adquiere sentido para el estudiante.

En el campo de las Matemáticas se pueden distinguir dos tipos de situaciones en dónde los conceptos matemáticos cobran valor:

- Clases de situaciones para las cuales el sujeto dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación (situaciones rutinarias) como lo puede ser el realizar una operación aritmética, despejar una variable o a partir de una expresión algebraica el realizar una gráfica de ella.
- Clases de situaciones para las cuales el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que le obliga a un tiempo de reflexión y de exploración de dudas, de pensar en varios caminos en busca de una solución, y en algunos casos eventualmente llegar al éxito o al fracaso (situaciones no rutinarias), situaciones en dónde al estudiante se le proporciona una situación del entorno cotidiano que contiene datos, seleccionar información valiosa, identificar posibles esquemas de solución, aplicarlos y validarlos.

Se llama **esquema** a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dadas. Luego en las dos clases de situaciones mencionadas el esquema presenta un funcionamiento diferente: en el primer caso se va a observar para una misma clase de situaciones, conductas muy automatizadas, organizadas por un esquema único; en el segundo caso, se va a observar el esbozo sucesivo de varios esquemas, que pueden entrar en competición y que, para llegar a la solución buscada, deben ser acomodados, separados y recombinados; este proceso se acompaña necesariamente de descubrimientos.

El funcionamiento cognitivo del estudiante comporta operaciones que se automatizan progresivamente y de decisiones conscientes que permiten tener en cuenta valores particulares de las variables de la situación. La fiabilidad del esquema para el sujeto reposa en último extremo sobre el conocimiento que tiene, explícito o implícito, de las relaciones entre el algoritmo y las características del problema a resolver. Luego los algoritmos son esquemas, o los esquemas son objetos del mismo tipo lógico que los algoritmos: les falta eventualmente la efectividad, es decir, la propiedad de lograr el fin con seguridad en un número finito de pasos.

Pero un esquema puede también ser aplicado por un sujeto individual a una clase conceptual demasiado amplia: de este modo se pone en situación de fallo y el sujeto debe restringir el alcance, y descomponer el esquema en elementos distintos susceptibles de ser recompuesto

de manera diferente para las diversas subclases de situaciones, eventualmente por adjunción de elementos cognitivos suplementarios. Se reconoce en esto, procesos de restricción y de acomodación. Luego el esquema, es la totalidad dinámica organizadora de la acción del sujeto para una clase de situaciones específicas, es por tanto un concepto fundamental de la psicología cognitiva y de la didáctica. Entonces, la operacionalidad de un concepto debe ser experimentada por medio de situaciones variadas, y el investigador debe analizar una gran variedad de conductas y de esquemas para comprender en qué consiste, desde el punto de vista cognitivo, tal o cual concepto. Una aproximación didáctica de la formación de conceptos matemáticos, conduce a considerar un concepto como un conjunto de invariantes utilizables en la acción. La definición pragmática de un concepto pone, por tanto, en juego el conjunto de situaciones que constituyen la referencia de sus diferentes propiedades, y el conjunto de los esquemas puestos en juego por los sujetos en estas situaciones.

Finalmente, se define un campo conceptual como el conjunto de situaciones que requieren de la aplicación de un concepto matemático de forma directa o a través de conceptos afines. El concepto de situación no tiene el sentido de situación didáctica sino más bien el de tarea, la idea es que toda situación compleja se puede analizar como una combinación de tareas de las que es importante conocer la naturaleza y la dificultad propias. La dificultad de una tarea no es ni la suma ni el producto de la dificultad de las diferentes subtareas, pero está claro que el fracaso en una subtarea implica el fracaso global en dominio y consecución de las competencias.

Con lo mencionado hasta este momento queda claro que en el estudio de los conceptos matemáticos se deben analizar las diversas situaciones propuestas y los esquemas que utilizan los estudiantes en su objetivo de encontrar una solución a la situación planteada, pero desafortunadamente en este proceso habitualmente se presentan dificultades, las cuales nunca deben verse como un error que no tiene valor, sino por el contrario debe verse en detalle con el fin de poder identificar las concepciones que posee el estudiante sobre dicho concepto, se debe analizar la forma como razonó para proponer ese esquema de solución y así definir las competencias que generan mayores dificultades en su proceso de adquisición.

En este escenario de la identificación de concepciones y dificultades de aprendizaje presentes en los diversos conceptos del Cálculo Diferencial se destacan varios trabajos sin ser exhaustivo, los cuales se citaran en forma secuencial según los contenidos del Cálculo Diferencial. El concepto de *función* ha sido desarrollado por diversos investigadores entre los que está: Borbón (2003) en su tesis doctoral identificó las concepciones de profesores de Matemáticas sobre varios conceptos del Cálculo Diferencial, resaltando el uso excesivo que hacían las personas de la calculadora graficadora siempre que se pedía graficar una función o cuando se presentaba una función de manera algebraica en una pregunta y su gráfico podía ayudar de alguna forma en la resolución del problema. De la Rosa Nolasco (2003) buscaba determinar los errores e inconsistencias en la enseñanza del concepto de función en el docente en la escuela secundaria, encontrando un fuerte arraigo de las funciones escritas con una sola expresión algebraica (desconociendo las funciones con dos o más expresiones algebraicas) acompañado de un pobre conocimiento del currículo de Matemáticas y el uso recurrente de una metodología de enseñanza tradicional que privilegia el uso del registro algebraico. En Quiroga, Cedeño, y Rivera (2004) se investigaron las dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería Mecánica y Eléctrica, UANL, México. La investigación pedagógica desarrollada buscaba identificar las dificultades de aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería de segundo, tercer y cuarto semestre. Se encontró que las mayores dificultades de aprendizaje yacen en las tareas de pasaje entre registros semióticos, particularmente en el pasaje del registro gráfico al algebraico. Los resultados sugieren que para superar estas dificultades de aprendizaje es

necesario emplear más intensamente el registro gráfico e incluir actividades de transferencia entre registros.

El concepto de **Límite** es sin duda uno de los conceptos matemáticos que trae consigo mayor cantidad de dificultades de aprendizaje, dificultades inherentes al propio concepto. Es por ello que también éste concepto ha sido centro de investigación, como es el caso del trabajo de Vázquez y otros (2000), quienes centraron su investigación en el estudio del concepto de límite en estudiantes de la Educación Secundaria llegando a la siguiente lista de dificultades: no entienden la idea gráfica de límite, errores de cálculo algebraico sencillo, la idea de que una función no tenga límite es más difícil de entender que el propio concepto, confunden límites finitos e infinitos, interpretan indeterminaciones como no existencia de límite, confunden límite con límite lateral, no identifican el signo de la función en un entorno con el del límite y recíprocamente, creen que si el límite es cero la función toma distintos signos en un entorno, interpretación errónea de tablas numéricas, proponen como límite el valor de la función en un punto "cercano", asocian límite con frontera y lo relacionan con los extremos de la función e identifican tender en una dirección con moverse en el eje X en esa dirección. En Vrancken y otros (2006) se identificaron las dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite de alumnos de carreras universitarias no Matemáticas, se diseñaron una secuencia de actividades complementarias que resolvieron luego de desarrollar el tema en clase y de los errores y dificultades detectadas propusieron alternativas para solucionarlos y mejorar el proceso de enseñanza. También en Sierra, Gonzalez y López (2000), se determinaron las concepciones de los alumnos de bachillerato y del curso de orientación universitaria sobre límite funcional y continuidad. Se analizaron y categorizaron las justificaciones propuestas por 145 estudiantes al contestar un cuestionario con tareas en las que estaban involucrados dichos conceptos. Se concluyó que algunas concepciones están relacionadas con las que han aparecido a lo largo de la historia de las Matemáticas y que otras están inducidas por la enseñanza recibida.

El trabajo de Robayo (2011) pretendía el desarrollo del concepto de la derivada sin la noción del límite, con el fin de plantear una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada a partir del cociente de incrementos, dirigida a estudiantes de último año de Secundaria y/o primeros semestres de Educación Superior con la cual se busca la apropiación y aplicación del concepto de la derivada en diversos contextos. En esta misma línea investigativa se menciona el trabajo de Ruiz (2014) el cual buscaba generar una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la Derivada, con el fin de que el estudiante vea en este concepto matemático una herramienta valiosa que facilita el entender los cambios que ocurren en un fenómeno determinado.

A nivel general, se destacan dos trabajos que vieron el problema como un todo interrelacionado y es allí dónde por ejemplo del trabajo de Vallejo y Pluvillage (s.f.) titulado *Investigaciones sobre la Enseñanza del Cálculo* muestra un compendio de investigaciones que culminaron con el diseño del proyecto *Enseñanza del Cálculo*. Haciendo énfasis en las investigaciones realizadas en el Departamento de Matemáticas Educativa del Cinvestav-México, como antecedente a la creación del Seminario Nacional sobre la Enseñanza del Cálculo. Se mencionan los aspectos socio-epistemológicos y didácticos, y se fundamenta el uso de la tecnología en un curso de Cálculo Diferencial e Integral. Se destaca de manera relevante el trabajo realizado por Hitt (2003) titulado *Dificultades en el aprendizaje del Cálculo*, dónde hace énfasis en el estudio del concepto del infinito en Matemáticas y su influencia en la comprensión de otros conceptos como el de Límite.

Materiales y Métodos

La investigación busca realizar un trabajo de campo para así recolar los datos directamente de la fuente primaria como lo son los estudiantes. Un primer informe descriptivo conformado por dos partes, inicialmente los datos sociodemográficos y posteriormente la relación de dificultades encontradas tras la aplicación de los instrumentos. Seguidamente se pretende realizar un análisis cualitativo de los esquemas observados en los estudiantes para cada uno de los temas en investigación, esto se hace con el fin de identificar afinidades y rupturas entre los campos conceptuales y cómo ellas afectan las competencias matemáticas. Se han de diseñar dos instrumentos, uno para los conceptos de límites y continuidad; y un segundo, dedicado al concepto de la derivada. Se diseñará un instrumento inicial para cada prueba el cual será validado a través de la realización de una prueba piloto. Dichas pruebas piloto se aplicaran en la semana siguiente a la presentación de segundos previos y los instrumentos definitivos se aplicaran en la semana inmediatamente anterior a exámenes finales del primer semestre de 2016 a todos los estudiantes matriculados en los dos primeros semestres del programa académico de Licenciatura en Matemáticas.

En los instrumentos diseñados se han incorporado dos tipos de actividades:

- Ejercicios Rutinarios en los que el estudiante ya ha visto en clase o en libros en los que se utilizan diversos registros de representación (algebraico, tabular y gráfico) y se les pide cumplir con una tarea específica. En este tipo de ejercicios que son aproximadamente el 75% de la prueba se espera identificar las concepciones presentes en los estudiantes y que se manifiestan a través de los esquemas que utilizan en el proceso de solución.
- Ejercicios No Rutinarios en donde se enfrenta al estudiante a una situación no tradicional o no convencional, que demanda del análisis, del razonamiento, de la utilización y combinación de diversos esquemas ya conocidos con fin de generar un nuevo algoritmo que le permita llegar a la respuesta correcta.

Con lo anteriormente expuesto vale la pena decir que se espera fortalecer la línea de investigación del *Cálculo y su Enseñanza* del Grupo de Investigación en Pedagogía y Prácticas Pedagógicas **GIPPED** del Departamento de Pedagogía.

Asimismo, de ser aceptada la ponencia en evento y para la fecha del mismo se incorporarían los resultados de la prueba piloto como resultados iniciales de la investigación los cuales se están procesando.

Referencias

Borbón, A. (2003). *Concepciones de profesores sobre varios conceptos del cálculo diferencial*. Tesis de Maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

De la Rosa, A. (2003). *Errores e inconsistencias en la enseñanza del concepto de función en el docente: el grado de visualización*. Mosaicos Matemáticos N°11, México.

Dubinsky, Ed y Harel G. (Eds) (1992). *The concept of function: some aspects of epistemology and pedagogy*. MAA Notes, N° 25.

Duroux, A. (1982), *La valeur absolue: difficult'es majeures pour une notion mineure*, memoria de DEA, Publications de l'IREM, Burdeos.

Eisenberg, T. (1991). *Functions and associated learning difficulties*. En Tall, D. (Ed). Advanced Mathematical Thinking, p. 14-152. Dor drecht: Kluwer Academic Publisher.

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del Cálculo. In *XI Meeting of Middle-Higher Level Mathematics Teachers, Michoacan University San Nicolás de Hidalgo, Morelia (Mexico)*.

Palacios, M. (2012). *Resultados pruebas TIMSS Colombia*. Dirección web: <http://es.slideshare.net/marianopalaciosanzola/resultados-timss-2007>.

Quiroga, L. G., Cedeño, R. A. V., & Rivera, M. H. (2004). Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería. *Ingenierías*, 7(24), 27

Robayo, Y. A. L. (2011). *Desarrollo del concepto de la derivada sin la noción del límite*.

Ruiz, C. E. P. (2014). *Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada*.

Santos, L. (1994). *La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Cuadernos de investigación. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Vallejo, C., & Pluvinage, F. *Investigaciones sobre la enseñanza del Cálculo*.

Vergnaud, G. (1990). *La teoría de los Campos Conceptuales*. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 10(23), 133-170.

Vrancken, S., Gregorini, M. I., Engler, A., Muller, D., & Hecklein, M. (2006). Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite. *Revista PREMISA*, 8(29), 9-19.